O desafio dos sólidos geométricos

Autoria: Roberto Wagner Carbonari

Para muitos alunos e alunas aprender sobre os sólidos geométricos é um prazer, que, com dedicação, proporciona aprendizagem de muitos conceitos matemáticos. Para outros, cada novo conceito trabalhado vai se transformando num verdadeiro sacrifício, sofrimento e vem a pergunta: "Até quando estudaremos este assunto? Quando ficarei livre desse sofrimento?"

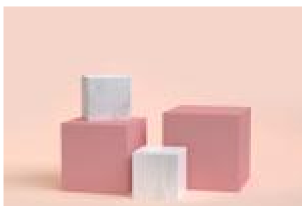
O que tenho observado no cotidiano das aulas é que quem gosta de estudar geometria espacial, a cada dia tem mais prazer em estudar. Já os que apresentam alguma dificuldade e não conseguem resolvê-la ou enfrentá-la, não conseguem dar continuidade à apropriação conceitual necessária.

A geometria espacial está presente no cotidiano de qualquer ser humano nas embalagens, no armazenamento dos alimentos, nos pacotes de presentes, na moradia, na confecção de qualquer objeto com seus formatos e utilização de materiais, ao pensarmos no consumo de água, formas de obtenção, transporte e armazenamento. Além disso, faz parte de questões de todos os vestibulares em percentual elevado, principalmente quando associada à geometria plana.

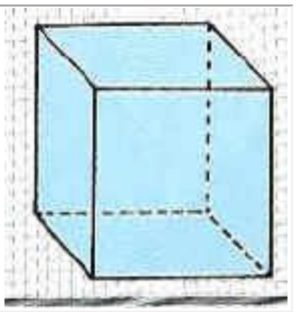
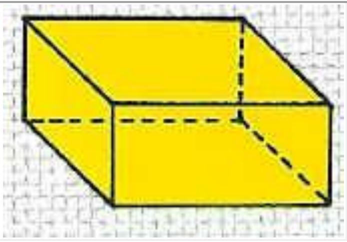
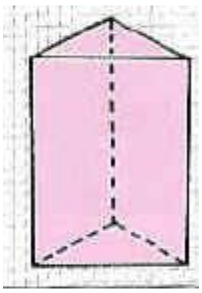
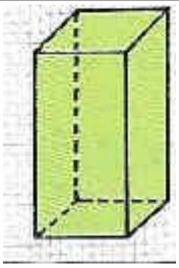
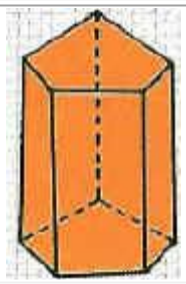


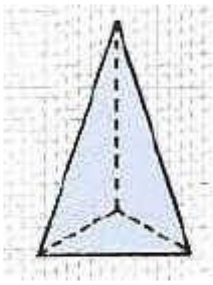
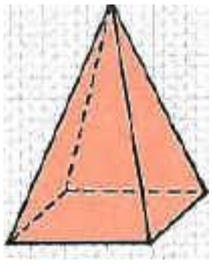
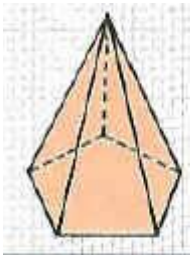
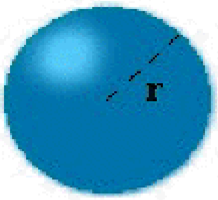
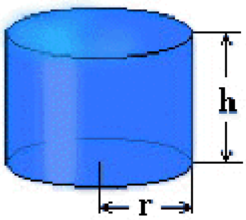
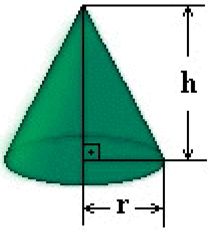






A partir das fotos de sólidos do cotidiano, o quadro a seguir mostra alguns exemplos de sólidos geométricos com seus elementos e algumas de suas características. Observe a relação de cada sólido: cada uma de suas faces são figuras planas. Observe os exemplos a seguir.

	Este sólido geométrico chama-se **cubo.** É um prisma em que todas as faces têm a forma de quadrados. Cada um dos quadrados é uma figura plana. Este sólido geométrico tem: 8 vértices, 12 arestas e 6 faces.
	Chamamos **paralelepípedo** este prisma. Todas as suas faces têm a forma de retângulos. Cada um dos retângulos é uma figura plana. Tem 8 vértices, 12 arestas e 6 faces.
	Este sólido geométrico é chamado **prisma triangular** porque as suas bases são triângulos. Cada um dos triângulos que formam as bases e cada um dos retângulos que são as faces laterais são figuras planas. Tem 6 vértices, 9 arestas, 5 faces e duas bases.
	O **prisma quadrangular** tem nas suas bases quadrados. Cada um dos quadrados que formam as bases e cada um dos retângulos que são as faces laterais são figuras planas. Tem 8 vértices, 12 arestas, 6 faces e duas bases.
	Este sólido chama-se **prisma pentagonal**, porque as suas bases são pentágonos. Cada um dos pentágonos que formam as bases e cada um dos retângulos que são as faces laterais são figuras planas. Tem 10 vértices, 15 arestas, 7 faces e duas bases.

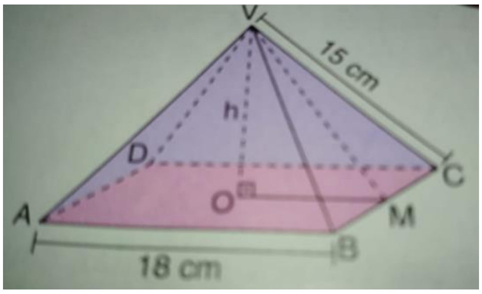
	Este sólido geométrico denomina-se **pirâmide triangular** porque a sua base é um triângulo. O triângulo que forma a sua base e cada um dos triângulos que são as faces laterais são figuras planas. Tem 4 vértices, 6 arestas, 4 faces e 1 base.
	Chamamos **pirâmide quadrangular** este sólido, pois tem um quadrado na sua base. O quadrado que forma a sua base e cada um dos triângulos que são as faces laterais são figuras planas.Tem 5 vértices, 8 arestas, 5 faces e 1 base.
	A base da **pirâmide pentagonal** é um pentágono. O pentágono que forma a sua base e cada um dos triângulos que são as faces laterais são figuras planas. Tem 6 vértices, 10 arestas, 6 faces e 1 base.
	A **esfera** é um sólido geométrico limitado por uma superfície curva. A sua forma é esférica; não tem bases, não tem vértices e não tem arestas.
	Este sólido geométrico chama-se **cilindro**. Encontra-se limitado por uma superfície curva e tem duas bases com a forma de circunferências
	O **cone** está limitado por uma superfície curva. Tem uma base na forma de circunferência e tem 1 vértice.

O que fazer então quando apresentarmos alguma dificuldade com algum conceito de geometria espacial?

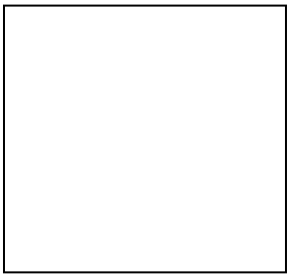
Em primeiro lugar não devemos nos intimidar e desanimar. Devemos ler atentamente o enunciado. Desenhar o sólido citado. Este desenho não precisa ser um desenho maravilhoso, pode ser um esboço, mas precisa evidenciar as informações dadas pela questão e a informação solicitada. A seguir, se necessário, fazer a planificação do sólido. Quando fazemos a planificação, fica mais fácil enxergarmos alguns elementos das faces, principalmente se estivermos procurando algo como perímetro das arestas ou área da superfície lateral, da base ou total, ou ainda o apótema da face. Quando planificamos, conseguimos com mais facilidade perceber as figuras planas que a compõem e as fórmulas da geometria plana a serem usadas. Ou seja, para termos uma certa facilidade com questões de sólidos geométricos é necessário sairmos da geometria espacial para a geometria plana e voltarmos à espacial, de forma tranquila e sem sofrimento. Para ilustrar as orientações vamos resolver o problema a seguir:

Determinar a área total e o volume de uma pirâmide regular de base quadrada, sabendo que as medidas das arestas laterais e da base são 15 cm e 18 cm, respectivamente.

Considere que a figura abaixo é a representação da pirâmide a que se refere o problema.



Para calcular a área total vamos começar pela área da base:



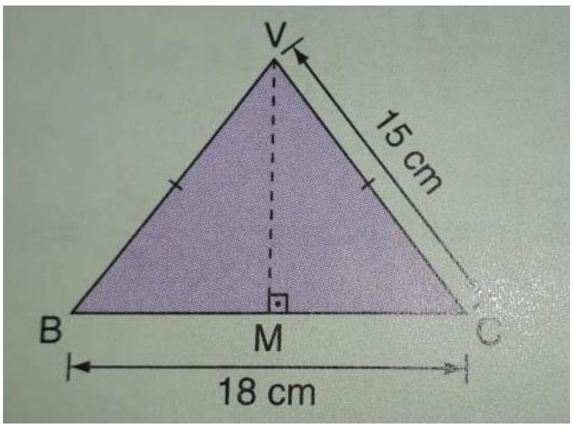
18 cm

A área da base será:

$A_{base} = L^2 = 18^2 = 324\ cm^2$

18 cm

Para calcularmos a área lateral vamos esboçar um triângulo isósceles que representará uma das 4 faces laterais.



O triângulo VMC é retângulo.
Por Pitágoras temos:

$$VC^2 = MC^2 + VM^2$$

$$VM^2 = VC^2 - MC^2$$

$$VM^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$$

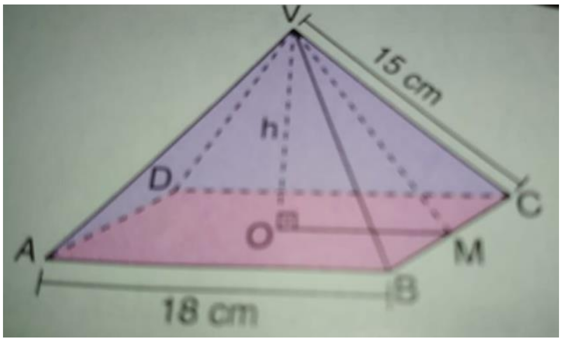
VM = 12 CM que é a altura do triângulo.

Para calcularmos sua área : $A_1 = \frac{VM\,.\,BC}{2} = \frac{18\,.12}{2} = 108\ cm^2$

Como são 4 faces, a área lateral será: $A_l = 4\ .\ A_1 = 4\ .\ 108 = 432\ cm^2$

Área Total= $A_t = A_{base} + A_l = 324 + 432 = 756\ cm^2$

Ainda temos que calcular o volume.



Para o volume considere o triângulo VOM e por Pitágoras:

$VO^2 + OM^2 = VM^2$ (Observe que VM é a altura face, chamada de apótema da pirâmide e jáfoi calculado anteriormente e vale 12 cm).

$VO^2 + OM^2 = VM^2$

$VO^2 = VM^2 - OM^2$

$VO^2 = 12^2 - 9^2 = 144 - 81 = 63$

$VO = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$ cm

Volume:

$V = A_{base}\ .altura\ .\ \frac{1}{3} = 324\ .\ 3\sqrt{7}\ .\frac{1}{3} = 324\sqrt{7}\,cm^3$

Observando quantas vezes, no exemplo acima, recorremos à Geometria Plana para darmos conta de calcularmos o que foi solicitado na pirâmide, percebemos que esse tipo de cuidado com os conceitos ou partes dos sólidos pode melhorar o olhar e a análise das figuras que compõem os sólidos e em muito contribui com a aprendizagem, favorecendo a superação de eventuais dificuldades.